This question paper contains 6 printed pages. Roll No. ..............................

# 3125/3175-A-III

## B.A./B.Sc. (Part-III) EXAMINATION - 2022

(Common for the Faculties of Arts & Science)

(Also Common with Subsidiary Paper of B.A./B.Sc. (Hons.) Part-III )

(Three - Year Scheme of 10+2+3 Pattern)

## MATHEMATICS-III

(MECHANICS)

Time Allowed : 3 Hours

समय : 3 घण्टे

Maximum Marks : / अधिकतम अंक : 40 for Science; 54 for Arts; 32 Old Scheme

*No supplementary Answer-book will be given to any candidate. Hence the candidates should write the answers precisely in the main answer-book only.*

*किसी भी परीक्षार्थी को पूरक उत्तर-पुस्तिका नहीं दी जाएगी। अत: परीक्षार्थियों को चाहिए कि वे मुख्य उत्तर-पुस्तिका में ही समस्त प्रश्नों के उत्तर लिखें।*

*All the parts of one question should be answered at one place in the answer-book. One complete question should not be answered at different places in the answer-book.*

*किसी भी प्रश्न के अन्तर्गत पूछे गए विभिन्न प्रश्नों के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका में अलग-अलग स्थानों पर हल करने के बजाय एक ही स्थान पर हल करें।*

*Attempt five questions in all, selecting **one** question from each unit.*

*प्रत्येक खण्ड में से कम से कम एक प्रश्न का चयन करते हुए, कुल **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दीजिए।*

*Write your roll number on question paper before start writing answer of questions.*

*प्रश्नों के उत्तर लिखने से पूर्व प्रश्न-पत्र पर रोल नम्बर अवश्य लिखें।*

### UNIT - I / इकाई - I

1. (a) Show that the path of a point P which possesses two constant velocities u and v, the first of which is in a fixed direction and the other is perpendicular to the radius OP drawn from a fixed point O, is a conic whose focus is O and whose eccentricity $\frac{u}{v}$.

सिद्ध करो कि एक बिन्दु P का बिन्दु पथ जिसके दो अचर वेग u तथा v, पहला किसी स्थिर दिशा में और दूसरा एक स्थिर बिन्दु O से खींची गई त्रिज्या OP के लम्बवत् हैं, शांकव होगा जिसकी नाभि O तथा उत्केन्द्रता $\frac{u}{v}$ है।

(b) A particle moves in a curve so that its tangential and normal acceleration are equal and the angular velocities of the tangent is constant. Find the path.

एक कण एक वक्र में इस प्रकार चलता हैं कि इसके स्पर्शरेखीय तथा अभिलाम्बिक त्वरण सदा समान रहते हैं और इसकी स्पर्श रेखा का कोणीय वेग अचर रहता है। पथ ज्ञात कीजिए।



https://www.uoronline.com

2. (a) One end of an elastic string whose modulus of elasticity is $\lambda$ and whose unstretched length is l, is tied to a fixed point on the smooth horizontal table and the other end is tied to a particle of mass m which is lying on the table. The particle is pulled to a distance where the extension of the string becomes b and then let go, show that the period of one complete oscillation is :

$$2\left(\pi + \frac{2l}{b}\right)\sqrt{\left(\frac{lm}{\lambda}\right)}$$

एक प्रत्यास्थ डोरी, जिसका प्रत्यास्था गुणांक $\lambda$ तथा स्वाभाविक लम्बाई l हैं, का एक सिरा चिकनी क्षैतिज मेज के एक नियत बिन्दु से बांधा गया हैं तथा दूसरा सिरा एक कण जो कि मेज पर है तथा जिसका द्रव्यमान m है, से बांधा गया है। द्रव्यमान m वाले कण को इतना खींचा गया है कि डोरी का विस्तार b हो जाता है और तब उसे छोड़ दिया जाता है। तब सिद्ध कीजिए कि एक सम्पूर्ण दोलन का आवर्तकाल होगा :

$$2\left(\pi + \frac{2l}{b}\right)\sqrt{\left(\frac{lm}{\lambda}\right)}$$

(b) One end of a light elastic string of natural length l and modulus 2 mg is attached to a fixed point O and the other end is attached with the particle of mass m held at rest at O is allowed to fall. Show that the particle will reach O again after a time.

$$(\pi + 2 - \tan^{-1}2)\sqrt{\left(\frac{2l}{g}\right)}$$

स्वाभाविक लम्बाई l की एक भारहीन प्रत्यास्थ डोरी जिसका प्रत्यास्थ गुणांक 2 mg हैं, का एक सिरा O बिन्दु से बांधा है और दूसरा सिरा m द्रव्यमान के एक कण से बांधा गया है। कण को O बिन्दु से स्थिर अवस्था में छोड़ा गया। सिद्ध कीजिए कि कण वापस O बिन्दु पर

$(\pi + 2 - \tan^{-1}2)\sqrt{\left(\frac{2l}{g}\right)}$ समय में पहुँचेगा।

## UNIT - II / इकाई - II

3. (a) A particle is moving vertically downwards from rest through a medium whose resistance varying as the square of the velocity. Find the distance moved by the particle in time t.

एक कण विरामावस्था से गुरुत्वाकर्षण के अधीन एक ऐसे माध्यम में होकर गिरता है जिसका प्रतिरोध उसके वर्ग के समानुपाती हैं तब t समय में कण द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।

(b) A uniform elastic string has length $a_1$ when the tension is $T_1$ and a length $a_2$ when the tension is $T_2$. Show that its natural length is $(a_2T_1 - a_1T_2)/(T_1 - T_2)$ and the amount of workdone is stretching it from the natural length to a length $a_1 + a_2$ is :

$$\frac{(a_1T_1 - a_2T_2)^2}{2(a_1 - a_2)(T_1 - T_2)}$$

एक प्रत्यास्थ धागे के अन्दर तनाव $T_1$ हैं जबकि लम्बाई $a_1$ है तथा तनाव $T_2$ जबकि उसकी लम्बाई $a_2$ हैं। सिद्ध कीजिए कि धागे की स्वाभाविक लम्बाई $(a_2T_1 - a_1T_2)/(T_1 - T_2)$ हैं तथा लम्बाई से $a_1 + a_2$ लम्बाई तक विस्तार करने में किया गया कार्य होगा :

$$\frac{(a_1T_1 - a_2T_2)^2}{2(a_1 - a_2)(T_1 - T_2)}$$



https://www.uoronline.com

4. (a) A heavy particle of weight W, attached to a fixed point by a light inextensible string, describes a circle in a vertical plane. The tension of the string has the values mW & nW respectively, when the particle is at the highest and the lowest point of its path, show that $n = m + 6$.

एक W भार वाला कण जो कि स्थिर बिन्दु से एक भारहीन अवितान्य डोरी से बांधा हैं और एक उर्ध्वाधर तल में एक वृत में घूम रहा हैं। जब कण अधिकतम तथा न्यूनतम ऊँचाई पर होता है, तो डोरी में खिंचाव क्रमशः mW तथा nW होता है, तो सिद्ध कीजिए कि $n = m + 6$.

(b) From a point on a plane, which is inclined at an angle $\beta$ to the horizon, a particle is projected with a velocity u at an angle $\alpha$ with the horizontal. Find the range up the inclined plane and also the time of flight.

समतल के एक बिन्दु से, जो क्षैतिज के साथ $\beta$ कोण बनाता हैं, एक कण u वेग से क्षैतिज तल से $\alpha$ कोण की दिशा में फेंका जाता है। नत समतल के चढ़ान पर परास एवं उड्डयन काल ज्ञात कीजिए।

## UNIT - III / इकाई - III

5. (a) A particle moves with a central acceleration $\mu\left(r + \frac{a^4}{r^3}\right)$ being projected from an apse at a distance 'a' with a velocity $2a\sqrt{\mu}$, prove that it describes the curve $r^2(2 + \cos\sqrt{3}\,\theta) = 3a^2$.

एक कण केन्द्रीय त्वरण $\mu\left(r + \frac{a^4}{r^3}\right)$ सहित गतिशील है और इसे a दूरी पर स्तब्धिका से $2a\sqrt{\mu}$ वेग से फैंका जाता है। सिद्ध करो कि यह वक्र $r^2(2 + \cos\sqrt{3}\,\theta) = 3a^2$ की रचना करता हैं।

(b) A particle moving with a central acceleration $\mu/r^2$ is projected with velocity V at a distance R. Show that the path is a rectangular hyperbola if the angle of projection is :

$$\sin^{-1}\left\{\frac{\mu}{VR\left(V^2 - \frac{2\mu}{R}\right)^{1/2}}\right\}$$

एक कण केन्द्रीय त्वरण $\mu/r^2$ से गतिमय हैं इसे R दूरी पर V वेग से प्रक्षिप्त किया जाता हैं। सिद्ध कीजिए कि इसका पथ एक समकोणीय अतिपरवलय होगा, यदि प्रक्षेप कोण निम्न हो :

$$\sin^{-1}\left\{\frac{\mu}{VR\left(V^2 - \frac{2\mu}{R}\right)^{1/2}}\right\}$$



https://www.uoronline.com

6. (a) Find the moment of inertia of a uniform elliptic disc of semi axes a and b about a line through the centre and perpendicular to the disc.

एक समान दीर्घवृत्तीय डिस्क (चक्रिका) का जडत्व-आघूर्ण केन्द्र से होकर जाने वाली और चक्रिका पर लम्ब रेखा के परित: ज्ञात कीजिए जहाँ चक्रिका के अर्धाक्ष a तथा b है।

(b) Find the product of inertia of a circular wire about its two perpendicular diameters.

वृत्ताकार तार का इसके दो लम्बवत् व्यासों के सापेक्ष जड़त्व गुणन ज्ञात कीजिए।

## UNIT - IV / इकाई - IV

7. (a) A uniform rod AB of weight W is movable in a vertical plane about a hinge at A and is sustained in equilibrium by a weight P attached to the string BCP passing over a smooth peg C, AC being vertical. If AC be equal to AB, show that :

$P = W \cos ACB$.

एक एकसमान दण्ड AB, जिसका भार W हैं, उर्ध्वाधर घरातल में A पर स्थित एक कब्जे पर घूम सकता है। उसको साम्यावस्था में रखने वाला भार P एक चिकनी खूँटी C के ऊपर से जाती हुई डोरी BCP से लटका हुआ हैं, AC उर्ध्वाधर है। यदि AC, AB के बराबर हो तो सिद्ध करो कि :

$P = W \cos ACB$.

(b) Forces P, Q, R act along the sides BC, AC and BA respectively of an equilateral triangle ABC. If their resultant is a force parallel of BC through the centroid of the triangle. Prove that

$$Q = R = \frac{1}{2}P.$$

तीन बल P, Q, R समबाहु त्रिभुज ABC की भुजाओं BC, AC और BA के अनुदिश क्रिया कर रहे है। यदि बलों का परिणामी BC के समान्तर एक बल हो, जो त्रिभुज के केन्द्रक से होकर गुजरता है, तो सिद्ध करो कि

$$Q = R = \frac{1}{2}P.$$

8. (a) A ladder whose C.G. divides it into two portions of length 'a' and 'b' rest with one end on a rough horizontal floor and the other end against a rough vertical wall. If the coefficient of friction at the floor and the wall be $\mu$ and $\mu'$ respectively, show that the inclination of the ladder to the floor, when equilibrium is limiting is :

$$\tan^{-1}\left\{\frac{a - b\mu\mu'}{\mu(a+b)}\right\}$$

एक सीढ़ी का गुरुत्व केन्द्र इसे दो भागों a तथा b में बाँटता हैं। सीढ़ी का एक सिरा रुक्ष क्षैतिज फर्श पर तथा दूसरा रुक्ष उर्ध्वाधर दीवार पर टिका हैं। यदि फर्श तथा दीवार के घर्षण गुणांक क्रमश: $\mu$ तथा $\mu'$ हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि सीमान्त सन्तुलन में सीढ़ी का फर्श से झुकाव होगा :

$$\tan^{-1}\left\{\frac{a - b\mu\mu'}{\mu(a+b)}\right\}$$



https://www.uoronline.com

(b) Two rough particles connected by a light string rest on an inclined plane. If their weights and corresponding coefficients of friction are $W_1$, $W_2$ and $\mu_1$, $\mu_2$ respectively, show that greatest inclination of the plane for equilibrium is :

$$\tan^{-1}\left\{\frac{\mu_1 W_1 + \mu_2 W_2}{W_1 + W_2}\right\}$$

दो खुरदरे कण जिसका भार व घर्षण गुणांक क्रमशः $W_1$, $W_2$ तथा $\mu_1$, $\mu_2$ है, एक भारहीन रस्सी से जुडे हुए किसी नत समतल पर साम्यावस्था में हैं, तो सिद्ध कीजिए कि समतल का अधिकतम झुकाव होगा :

$$\tan^{-1}\left\{\frac{\mu_1 W_1 + \mu_2 W_2}{W_1 + W_2}\right\}$$

## UNIT - V / इकाई - V

9. (a) A square framework, formed of uniform heavy rods of equal weight W jointed together, is hung up by one corner. A weight W is suspended from each of the three lower corners and the shape of the square is preserved by a light rod along the horizontal diagonal. Find the thrust of the light rod.

समान भार W की एकसमान दण्डों को जोड़कर एक वर्ग रुप का ढ़ाँचा बनाया जाता हैं जो एक कोने द्वारा लटकाया जाता है। निम्नतम तीन कोनों में से प्रत्येक से एक भार W लटकाया जाता हैं और क्षैतिज विकर्ण के अनुदिश एक भारहीन दण्ड द्वारा वर्ग के रुप को परिरक्षित किया जाता हैं। भारहीन दण्ड का प्रणोद ज्ञात कीजिए।

(b) A regular hexagon is composed of six equal heavy rods freely jointed together, and two opposite angles are connected by a string which is horizontal; one rod being in contact with a horizontal plane, at the middle point of the opposite rod is placed a weight $W_1$. If W be the weight of each rod, show that the tension of string is $(3W + W_1)/\sqrt{3}$. https://www.uoronline.com

छः समान भारी स्वच्छन्दतापूर्वक परस्पर जुड़ी हुई छड़ों द्वारा एक षड्भुज बनाया जाता हैं और दो विपरीत कोणों को एक डोरी द्वारा जोड़ा जाता हैं, जो क्षैतिज हैं। एक छड़ को क्षैतिज समतल के सम्पर्क में रखा जाता हैं और विपरीत छड़ के मध्य बिन्दु पर एक भार $W_1$ रखा जाता हैं। यदि W प्रत्येक छड़ का भार हो, तो सिद्ध कीजिए कि डोरी में तनाव $(3W + W_1)/\sqrt{3}$ है।

10. (a) A heavy uniform chain AB hangs freely, under gravity with the end A fixed and the other end B attached by a light string BC to a fixed point C at the same level as A. The lengths of the string and chain are such that the ends of the chain at A and B make angles of 60° and 30° respectively with the horizontal. Prove that the ratio of lengths of string and chain is $(\sqrt{3} - 1) : 1$.

एक भारी एकसमान जंजीर AB गुरुत्वाकर्षण के अधीन लटकी हुई है जिसका एक सिरा A स्थिर है तथा दूसरा सिरा B एक हल्की डोरी BC द्वारा बांधा हुआ हैं, जहाँ A के समान स्तर पर C बिन्दु स्थित है। जंजरि तथा डोरी की लम्बाइयाँ इस प्रकार है कि जंजीर के सिरे A तथा B क्षैतिज से क्रमशः 60° तथा 30° के कोण बनाते हैं। सिद्ध कीजिए कि डोरी तथा जंजीर की लम्बाइयों का अनुपात $(\sqrt{3} - 1) : 1$ हैं।



https://www.uoronline.com

(b) If the length of a uniform chain suspended between points at the same level is adjusted so that the tension at the points of support is a minimum for that particular span 2d, show that the equation to determine c is $\coth\left(\frac{d}{c}\right) = \frac{d}{c}$.

यदि समान ऊँचाई के दो बिन्दुओं से एक समान लम्बाई की एक जंजीर इस प्रकार लटकी हुई है कि विस्तृति 2d के लिए बिन्दुओं पर तनाव न्यूनतम है, प्रदर्शित कीजिए कि c निम्न समीकरण से ज्ञात होता हैं

$$\coth\left(\frac{d}{c}\right) = \frac{d}{c}$$

-oOo-

**https://www.uoronline.com**
**Whatsapp @ 9300930012**
**Send your old paper & get 10/-**
**अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,**
**Paytm or Google Pay से**

https://www.uoronline.com