This question paper contains 4 printed pages.

B.A./B.Sc. (Sem. - III)

002703

Roll No. 5817461

UG0803/UG9101

MAT-63T-201

B.A./B.Sc. Three/Four Year (Semester - III) EXAMINATION - Dec. 2025

(Held in Feb. 2026)

(Common to UG0806/UG0810/UG9102/UG9103/UG9104/IG9105/U9106/UG9107/UG9108/ UG9109/UG9110/UG9111/UG9112/UG9113)

(Faculty of Science)

Subject - Mathematics

Real Analysis - I & Differential Equations - I

Time Allowed: Three Hours

Maximum Marks: 80

No supplementary answer book will be given to any candidate. The candidates should write the answers precisely in the main answer book only.

किसी भी परीक्षार्थी को पूरक उत्तर–पुस्तिका नहीं दी जाएगी। परीक्षार्थियों को समस्त प्रश्नों के उत्तर मुख्य उत्तर पुस्तिका में ही लिखने चाहिए।

Answers to short answer-type questions must be given in sequential order. Similarly, all the parts of one question of descriptive part should be answered in one place in the answer-book.

लघुत्तरात्मक प्रश्नों के उत्तर प्रश्नों के क्रमानुसार ही देवें। इसी प्रकार किसी भी एक वर्णनात्मक प्रश्न के अन्तर्गत पूछे गए विभिन्न प्रश्नों के उत्तर, उत्तर–पुस्तिका में एक ही स्थान पर क्रमानुसार हल करने चाहिए।

Write your roll number on the question paper before start writing the answers of questions.

प्रश्नों के उत्तर लिखने से पूर्व प्रश्न–पत्र पर रोल नम्बर अवश्य लिखिए।

Question paper consists of two parts **A** and **B**.

प्रश्न पत्र में दो भाग **अ** और **ब** होंगे।

PART A : 20 Marks भाग – अ : 20 अंक

Part A is compulsory having 10 very short answer-type questions (with a limit of 20 words) of two marks each. The first question is based on knowledge, understanding and applications of the topics/texts covered in the syllabus.

भाग अ में दो अंक के 10 अति लघु उत्तरीय प्रश्न (20 शब्दों की सीमा के साथ) अनिवार्य हैं। पहला प्रश्न पाठ्यक्रम में शामिल विषयों / पाठ के ज्ञान, समझ और अनुप्रयोगों पर आधारित है।

PART - B : 60 Marks भाग — ब : 60 अंक

Part B of the question paper is divided into four units comprising question numbers 2-5. There is one descriptive question from each unit with internal choice. Each question will carry 15 marks.

प्रश्न पत्र का भाग ब प्रश्न संख्या 2–5 सहित चार इकाइयों में विभाजित है। प्रत्येक इकाई से आंतरिक विकल्प के साथ एक वर्णनात्मक प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न 15 अंक का है।

PART - A / भाग — अ

1. (a) Give definition of Closed set.
संवृत समुच्चय की परिभाषा दीजिए।

(b) Give definition of Compact Set.
संहत समुच्चय की परिभाषा दीजिए

(c) What is meant by a Convergent Sequence?
अभिसारी अनुक्रम से क्या अभिप्राय है?

(d) Show that the sequence $\{1/n\}$ is a Cauchy's Sequence.
सिद्ध कीजिए कि अनुक्रम $\{1/n\}$, $\forall\, n \in N$ एक कोशी अनुक्रम है।

(e) Write statement of Boundedness theorem.
परिबद्धता प्रमेय का कथन लिखिए।

(f) Solve : $(y - x^2)\,dx + (x^2 \sin y - x)\,dy = 0$
हल कीजिए : $(y - x^2)\,dx + (x^2 \sin y - x)\,dy = 0$

(g) Find general solution of the equation $y = px + \frac{a}{p}$, where $p = dy/dx$
समीकरण $y = px + \frac{a}{p}$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए, जहाँ $p = dy/dx$

(h) Solve : $\frac{d^4y}{dx^4} - m^4 y = 0$
हल कीजिए : $\frac{d^4y}{dx^4} - m^4 y = 0$

(i) Find particular integral of the equation $x^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + 2y = x\log x$
समीकरण $x^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + 2y = x\log x$ का विशिष्ट समाकल ज्ञात कीजिए।

(j) Can the equation
$$(1-x)\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = (1-x)^2$$
be solved by the method of change of dependent variable
क्या समीकरण $(1-x)\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = (1-x)^2$
परतंत्र चर परिवर्तन विधि द्वारा हल की जा सकती है?

PART - B / भाग — ब

UNIT - I / इकाई — I

2. (a) Prove that the union of any arbitrary collection of open sets is open.
सिद्ध कीजिए कि विवृत समुच्चयों का स्वेच्छ संघ एक विवृत समुच्चय होता है।

(b) State and prove Bolzano - Weierstrass theorem.
बॉलजनो – वाइस्ट्रास प्रमेय को कथन सहित सिद्ध कीजिए।

OR / अथवा

(a) State and prove Heine-Borel theorem.

हेने–बोरेल प्रमेय को कथन सहित सिद्ध कीजिए।

(b) Prove that the set R of real numbers is a connected set.

सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं का समुच्चय R एक सम्बद्ध समुच्चय है।

UNIT - II / इकाई – II

3. (a) State and prove the necessary and sufficient condition for a monotonically increasing sequence to be convergent.

एकदिष्ट वर्धमान अनुक्रम के अभिसरण के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त शर्त को कथन देकर सिद्ध कीजिए।

(b) Prove that the sequence $\{x_n\}$ where $x_1 = 1,\ x_{n+1} = \frac{4+3x_n}{3+2x_n}$, $\forall\, n>1$ is a convergent sequence and also find its limit

सिद्ध कीजिए कि अनुक्रम $\{x_n\}$, जहाँ $x_1 = 1,\ x_{n+1} = \frac{4+3x_n}{3+2x_n}$, $\forall\, n>1$, अभिसारी है तथा इसकी सीमा ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

(a) State and prove Mostest theorem.

मॉस्टेस्ट प्रमेय को कथन देकर सिद्ध कीजिए।

(b) Discuss the nature of discontinuity of the following function at $x=1$

$$f(x) = \underset{n\to\infty}{Lim} \frac{\log(2+x) - x^{2n}\sin x}{1+x^{2n}}$$

show that $f(0)$ and $f(\pi/2)$ differ in sign

निम्न फलन का $x=1$ पर असंतता का विवेचन कीजिए। प्रदर्शित कीजिए कि $f(0)$ तथा $f(\pi/2)$ के चिन्ह भिन्न – भिन्न है।

UNIT - III / इकाई – III

4. Solve the following equation

(a) $(3y^4+3x^2y^2)\,dx + (x^3y - 3xy^3)\,dy = 0$

(b) $p^3 - 4pxy + 8y^2 = 0$, where $p = dy/dx$

निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए :

(a) $(3y^4+3x^2y^2)\,dx + (x^3y - 3xy^3)\,dy = 0$

(b) $p^3 - 4pxy + 8y^2 = 0$, जहाँ $p = dy/dx$

OR / अथवा

Solve the following equation

(a) $\frac{d^4y}{dx^4} + 2\frac{d^3y}{dx^3} - 3\frac{d^2y}{dx^2} = x^2 + 3e^{2x} + 4\sin x$

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = e^{2x}\sin x$

निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए :

(a) $\frac{d^4y}{dx^4}+2\frac{d^3y}{dx^3}-3\frac{d^2y}{dx^2}=x^2+3e^{2x}+4\sin x$

(b) $\frac{d^2y}{dx^2}+3\frac{dy}{dx}+2y=e^{2x}\sin x$

UNIT - IV / इकाई – IV

5. (a) Solve the equation $x^2\frac{d^2y}{dx^2}+4x\frac{dy}{dx}+2y=x^{-2}$

समीकरण $x^2\frac{d^2y}{dx^2}+4x\frac{dy}{dx}+2y=x^{-2}$ का हल ज्ञात कीजिए।

(b) Solve the equation :

$$x\frac{d}{dx}\left(x\frac{dy}{dx}-y\right)-2x\frac{dy}{dx}+2y+x^2y=0$$

by the method of change of dependent variable.

समीकरण

$$x\frac{d}{dx}\left(x\frac{dy}{dx}-y\right)-2x\frac{dy}{dx}+2y+x^2y=0$$

को परतंत्र चर परिवर्तन विधि द्वारा हल कीजिए।

OR / अथवा

(a) Solve the following equation

$$x\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{dy}{dx}-4x^3y=4x^3\sin x^2$$

by the method of change of independent variable

निम्नलिखित समीकरण का हल स्वतंत्र चर परिवर्तन विधि द्वारा ज्ञात कीजिए ।

$$x\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{dy}{dx}-4x^3y=4x^3\sin x^2$$

(b) Solve the equation

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2}-4x\frac{dy}{dx}-(1+x^2)y=x$$

by the method of variation of parameters

समीकरण

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2}-4x\frac{dy}{dx}-(1+x^2)y=x$$

का हल प्राचाल विचरण विधि द्वारा ज्ञात कीजिए।