This question paper contains 4 printed pages.

B.A./B.Sc. (Sem. - I) 003327 Roll No. 58/7563

UG0803/UG9101 MAT-51T-101(N)

B.A./B.Sc. Three/Four Year (Semester - I) EXAMINATION - Dec. 2025

(Common for Regular/ Non Collegiate Students)

(Faculty of Science)

Subject - Mathematics

Discrete Mathematics & Optimization Techniques - I

Time Allowed: Three Hours

Maximum Marks: 100

No supplementary answer book will be given to any candidate. The candidates should write the answers precisely in the main answer book only.

किसी भी परीक्षार्थी को पूरक उत्तर–पुस्तिका नहीं दी जाएगी। परीक्षार्थियों को समस्त प्रश्नों के उत्तर मुख्य उत्तर पुस्तिका में ही लिखने चाहिए।

Answers to short answer-type questions must be given in sequential order. Similarly, all the parts of one question of descriptive part should be answered in one place in the answer-book.

लघुत्तरात्मक प्रश्नों के उत्तर प्रश्नों के क्रमानुसार ही देवें। इसी प्रकार किसी भी एक वर्णनात्मक प्रश्न के अन्तर्गत पूछे गए विभिन्न प्रश्नों के उत्तर, उत्तर–पुस्तिका में एक ही स्थान पर क्रमानुसार हल करने चाहिए।

Write your roll number on question paper before start writing of answers of questions.

प्रश्नों के उत्तर लिखने से पूर्व प्रश्न–पत्र पर रोल नम्बर अवश्य लिखिए।

Question paper consists of **two** parts **A** and **B**.

प्रश्न पत्र में दो भाग **अ** और **ब** होंगे।

PART - A : 20 marks भाग – अ : 20 अंक

Part A is compulsory having 10 very short answer-type questions (with a limit of 20 words) of two marks each. The first question is based on knowledge, understanding, and applications of the topics/text covered in the syllabus.

भाग अ में दो अंक के 10 अति लघु उत्तरीय प्रश्न (20 शब्दों की सीमा के साथ) अनिवार्य हैं। पहला प्रश्न पाठ्यक्रम में शामिल विषयों/पाठ के ज्ञान, समझ और अनुप्रयोगों पर आधारित है।

PART - B : 80 marks भाग – ब : 80 अंक

Part B of the question paper is divided into four units comprising question numbers 2-5. There is one descriptive question from each unit with internal choice. Each question will carry 20 marks.

प्रश्न पत्र का भाग ब प्रश्न संख्या 2–5 सहित चार इकाइयों में विभाजित है। प्रत्येक इकाई से आंतरिक विकल्प के साथ एक वर्णनात्मक प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न 20 अंक का है।

PART - A / भाग – अ

1. (a) Define POSET.
अंशतः क्रमित समुच्चय (POSET) को परिभाषित कीजिए।

(b) Define order relation in a Boolean algebra.
बूलिय बीजगणित में क्रम संबंध को परिभाषित कीजिए।

(c) Define converse, inverse and contrapositive of the conditional statement $p \rightarrow q$.
सप्रतिबंध कथन $p \rightarrow q$ के प्रतिलोम, विलोम और प्रतिस्थिति को परिभाषित कीजिए।

(d) Find the generating function of the sequence 1,0,1,0,1,0.....
अनुक्रम 1,0,1,0,1,0..... का जनक फलन ज्ञात कीजिए।

(e) Define a Bipartite graph.
द्विखंडी ग्राफ को परिभाषित कीजिए।

(f) Define Disjoint Graph.
असंयुक्त ग्राफ को परिभाषित कीजिए।

(g) Define Hamiltonian cycle.
हैमिल्टोनियन चक्र को परिभाषित कीजिए।

(h) Define Centre of a Tree.
वृक्ष के केंद्र को परिभाषित कीजिए।

(i) Define Convex Set.
अवमुख समुच्चय को परिभाषित कीजिए।

(j) Name any two methods of getting initial feasible solution of a transportation problem.
परिवहन समस्या का प्रारंभिक आधारी सुसंगत हल प्राप्त करने की कोई दो विधियाँ बताइए।

PART - B / भाग – ब

UNIT - I/ इकाई – I

2. (a) Prove that, the intersection of any two equivalence relations on a non-empty set is also an equivalence relation on the same set.
सिद्ध कीजिए की, किसी अरिक्त समुच्चय पर परिभाषित किन्हीं दो तुल्यता संबंधों का सर्वनिष्ठ भी उसी समुच्चय पर तुल्यता संबंध होता है।

(b) Prove that, every complimented distributive lattice $(L, \leq)$, with $0 \neq 1$ represents a Boolean algebra $\langle L, \vee, \wedge, ', 0, 1 \rangle$.
सिद्ध कीजिए की, प्रत्येक बँटनात्मक पूरित जालक $(L, \leq)$, जिसमें $0 \neq 1$ है, एक बूलिय बीजगणित $\langle L, \vee, \wedge, ', 0, 1 \rangle$ को परिभाषित करता है।

OR / अथवा

2. (a) Express the following Boolean functions as Conjunctive Normal Form (CNF).

निम्नलिखित बूलीय फलन को संयोजनीय प्रसामान्य (CNF) रूप में व्यक्त कीजिए –

$$f(x_1,x_2,x_3) = (x_1+x_2+x_3).(x_1.x_2+x_1'.x_3)'$$

(b) By making a truth table, show that NAND connective doesn't follow associative law.

सत्यमान सारणी की सहायता से सिद्ध कीजिए कि NAND (↑) संयोजक साहचर्य नियम का पालन नहीं करता।

UNIT - II / इकाई – II

3. (a) Find the solution of the following recurrence relation.

निम्नलिखित पुनरावृत्ति संबंध का हल ज्ञात कीजिये।

$$a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = (r+1)\,2^r ;\ r \geq 2$$

(b) Solve the following recurrence relation by the method of generating function.

निम्न पुनरावृत्ति संबंध को जनक फलन विधि द्वारा हल कीजिए।

$$a_r - 7a_{r-1} + 10a_{r-2} = 3^r, r \geq 2, a_0 = 0 \text{ and } a_1 = 6$$

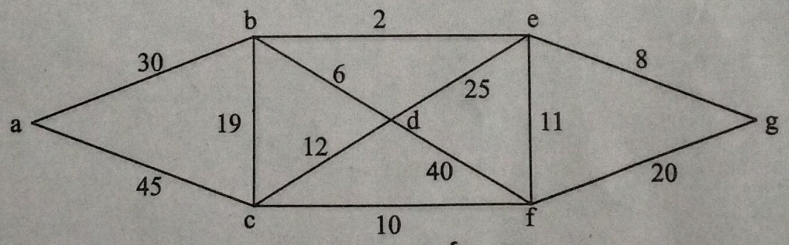
OR / अथवा

3. (a) State and prove the Handshaking theorem.

हेन्डशेकिंग प्रमेय का कथन एवं सत्यापन कीजिए।

(b) Determine the shortest path and its value between the vertices a and g in the following weighted graph.

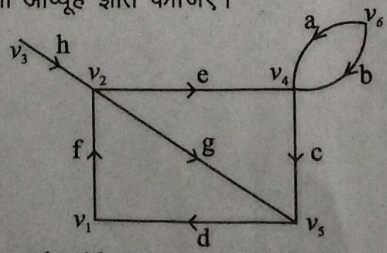
निम्न भारित ग्राफ में शीर्षों a और g के मध्य लघुतम मार्ग एवं लघुतम मार्ग दूरी का मान ज्ञात कीजिए।



UNIT - III / इकाई – III

4. (a) Find Adjacency matrix of the following Digraph.

निम्न दिष्ट ग्राफ़ का आसन्नता आव्यूह ज्ञात कीजिए।



(b) If G is a connected planar graph with n vertices, e edges and r regions, then prove that n - e + r = 2.

यदि G एक सम्बद्ध समतलीय ग्राफ है जिसमें n शीर्ष, e कोरें और r क्षेत्र हैं, तो सिद्ध कीजिए कि n - e + r = 2।

OR/ अथवा

4. (a) Prove that, a connected graph G is a Euler graph iff it has no vertex of odd degree.
यह सिद्ध कीजिए कि, एक सम्बद्ध ग्राफ G एक आयलर ग्राफ है यदि और केवल यदि G में विषम कोटि का कोई शीर्ष नहीं है।

(b) If T is a binary tree with n vertices and height h, then prove that
यदि द्विचर वृक्ष T में n शीर्ष तथा वृक्ष की ऊँचाई h है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$h + 1 \leq n \leq 2^{h+1} - 1$$

UNIT - IV/ इकाई – IV

5. (a) Prove that, the set of all feasible solutions of a linear programming problem is a convex set.
सिद्ध कीजिए कि, किसी रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या के सभी सुसंगत हलों का समुच्चय एक अवमुख समुच्चय होता है।

(b) Solve the following L.P.P. using Simplex algorithm
निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को सिम्प्लेक्स विधि द्वारा हल कीजिए।

Min. $Z = 5x_1 + 2x_2$

s.t. $3x_1 + x_2 = 4$

$2x_1 + x_2 \geq 3$

$x_1 + 2x_2 \leq 3$

$x_1, x_2 \geq 0$

OR/ अथवा

5. (a) Solve the following transportation problem and find its optimal solution.
निम्नलिखित परिवहन समस्या को हल कीजिए और इसका इष्टतम हल ज्ञात कीजिए।

	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	Supply
F_1	4	1	3	4	4	60
F_2	2	3	2	2	3	35
F_3	3	5	2	4	4	40
Demand	22	45	20	18	30	135

(b) Solve the following maximal assignment problem.
निम्नलिखित अधिकतम नियतन समस्या को हल कीजिए।

	I	II	III	IV
A	42	35	28	21
B	30	25	20	15
C	30	25	20	15
D	24	20	16	12