ॐ

This question paper contains 4 printed pages.

B.A./B.Sc. (Sem. - II) 003469 Roll No. 5817458

# UG0802/03/UG9101 MAT-52T-102

## B.A./B.Sc. Three/Four Year (Semester - II)

## EXAMINATION SESSION 2024-25 (Held in Jul. 2025)

## (Faculty of Science)

## Subject : MATHEMATICS

## Calculus

**Time Allowed: Three Hours**

**Maximum Marks: 120**

No supplementary answer book will be given to any candidate. The candidates should write the answers precisely in the main answer book only.

किसी भी परीक्षार्थी को पूरक उत्तर–पुस्तिका नहीं दी जाएगी। परीक्षार्थियों को समस्त प्रश्नों के उत्तर मुख्य उत्तर पुस्तिका में ही लिखने चाहिए।

Answers to short answer-type questions must be given in sequential order. Similarly, all the parts of one question of descriptive part should be answered in one place in the answer-book.

लघुत्तरात्मक प्रश्नों के उत्तर प्रश्नों के क्रमानुसार ही देवें। इसी प्रकार किसी भी एक वर्णनात्मक प्रश्न के अन्तर्गत पूछे गए विभिन्न प्रश्नों के उत्तर, उत्तर–पुस्तिका में अलग–अलग स्थानों पर हल करने के के बजाय एक ही स्थान पर क्रमानुसार हल करें।

*Write your roll number on question paper before start writing answers to questions.*

प्रश्नों के उत्तर लिखने से पूर्व प्रश्न–पत्र पर रोल नम्बर अवश्य लिखिए।

Question paper consists of **three** parts **A, B** and **C.**

प्रश्न पत्र में तीन भाग अ, ब और स होंगे।

**PART - A : 20 marks भाग अ : 20 अंक**

**Part A** is compulsory having 10 very short answer-type questions (with a limit of 20 words) of two marks each. The first question is based on knowledge, understanding, and applications of the topics/text covered in the syllabus.

(Words limit 20)

भाग अ में दो अंक के 10 अति लघु उत्तरीय प्रश्न (20 शब्दों की सीमा के साथ) अनिवार्य हैं। पहला प्रश्न पाठ्यक्रम में शामिल विषयों/पाठ के ज्ञान, समझ और अनुप्रयोगों पर आधारित है।

**PART - B : 20 marks भाग – ब : 20 अंक**

Part B has 4 questions (with a limit of 150 words) of 10 marks from each unit. The candidate is required to attempt any 2 questions.

प्रश्न पत्र के भाग ब में 10 अंक के 4 प्रश्न (150 शब्दों की सीमा के साथ) है। परीक्षार्थी को कोई भी 2 प्रश्न हल करने हैं।

**PART - C : 80 marks भाग – स : 80 अंक**

*Part C of the question paper is divided* into four units comprising question numbers 6-9. *There is one descriptive* question from each unit with internal choice. Each question will carry 20 marks.

प्रश्न पत्र के भाग स को प्रश्न संख्या 6–9 सहित चार इकाइयों में विभाजित हैं। प्रत्येक इकाई से आंतरिक विकल्प के साथ एक वर्णनात्मक प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 20 अंक का हैं।

## PART - A / भाग – अ

1. (a) Write the Cauchy remainder form of the Taylor's Theorem.

   टेलर प्रमेय का कौशी शेष रूप लिखिए।

   (b) Write the statement of Maclaurin's Theorem.

   मैक्लॉरिन प्रमेय का कथन लिखिए।

   (c) Calculate $\frac{ds}{dr}$ for the curve $r = ae^{\theta \cot \alpha}$.

   वक्र $r = ae^{\theta \cot \alpha}$ के लिए $\frac{ds}{dr}$ ज्ञात कीजिए।

   (d) Find the radius of curvature at the point $(s, \psi)$ on the curve $s = a \log (\sec\psi + \tan\psi)$.

   वक्र $s = a \log (\sec\psi + \tan\psi)$ के बिंदु $(s, \psi)$ पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

   (e) State the Eulur's theorem for homogeneous functions.

   समघात फलनों के लिए ऑलयर प्रमेय का कथन लिखिए।

   (f) Find the asymptote of the curve $(x^2 - y^2)(x + 2y + 1) + x + y + 1 = 0$ using inspection method.

   निरीक्षण द्वारा वक्र $(x^2 - y^2)(x + 2y + 1) + x + y + 1 = 0$ की अनंतस्पर्शी ज्ञात कीजिए।

   (g) Define the Beta function.

   बीटा फलन को परिभाषित कीजिए।

(h) Evaluate the integral $\int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} xydxdy$.

समाकलन $\int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} xydxdy$ का मान ज्ञात कीजिए।

(i) Write the integral formula to find length of an arc in polar form.

ध्रुवीय रूप में चाप की लंबाई ज्ञात करने के लिए समाकलन सूत्र लिखें।

(j) Write the integral formula to find common area between two Cartesian Curves.

दो कार्तीय वक्रों के बीच उभयनिष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए समाकलन सूत्र लिखिए।

## PART - B/ भाग – ब

2. Find the power series expansion of the function $\log_e(1+x)$.

$\log_e(1+x)$ का घात श्रेणी में प्रसार ज्ञात कीजिए।

3. Find the envelope of the family of ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, where $a+b=c$, c being a constant.

दीर्घवृतों $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ के कुल का अन्वालोप ज्ञात कीजिए, जबकि $a+b=c$ जहां c अचर है।

4. Find the asymptotes of the following curve.

निम्न वक्र के अनंतस्पर्शीया ज्ञात कीजिए।

$y^3-xy^2-x^2y+x^3+x^2-y^2-1=0$

5. Change the order of integration of the integral.

निम्न समाकल में समाकलन का क्रम परिवर्तित कीजिए।

$$\int_0^a \int_{x^2/a}^{2a-x} f(x,y)\,dxdy$$

## PART - C/ भाग – स

## UNIT - I/ इकाई – I

6. Prove that the tangent at any point $(r,\theta)$ on $r^2=a^2\sin2\theta$ makes an angle $3\theta$ with the initial line.

सिद्ध कीजिए कि वक्र $r^2=a^2\sin2\theta$ किसी भी बिंदु $(r,\theta)$ पर खींची गई स्पर्श रेखा प्रारंभिक रेखा से $3\theta$ कोण बनाती है।

**OR/ अथवा**

If $C_x$ and $C_y$ are the chords of curvature parallel to the axes at any point of the curve $y=ae^{x/a}$, then prove that.

यदि वक्र $y=ae^{x/a}$ के किसी बिंदु पर अक्षों के समांतर वक्रता की जीवाएँ $C_x$ तथा $C_y$ हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{1}{C_x^2}+\frac{1}{C_y^2}=\frac{1}{2aC_x}$

## UNIT - II/ इकाई – II

7. If यदि $u=f(r)$, where जहाँ $r^2=x^2+y^2$, then show that तो प्रदर्शित कीजिए कि

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=f''(r)+\frac{1}{r}f'(r)$$

OR/ अथवा

A rectangular box open at the top is to have a given capacity. Find the dimension of the box requiring least material for its construction.

एक ऊपर से खुले आयताकार सन्दूक की दी गई क्षमता है। ऐसे सन्दूक की माप ज्ञात कीजिए जिसके निर्माण में कम से कम सामग्री की आवश्यकता हो।

## UNIT - III/ इकाई – III

8. Show that the asymptote of the cubic.

सिद्ध कीजिए कि त्रिपद वक्र

$$x^3 - 2y^3 + xy(2x-y) + y(x-y) + 1 = 0$$

cut the curve again in three points which lie on the straight line $x - y + 1 = 0$.

के अनंतस्पर्शी वक्र को तीन बिंदुओं पर काटते है जो रेखा $x - y + 1 = 0$ पर स्थित हैं।

OR/ अथवा

Trace the following curve.

निम्न वक्र का अनुरेखण कीजिए।

$$r^2 = a^2 \cos 2\theta$$

## UNIT - IV/ इकाई – IV

9. Evaluate $\iiint zdxdydz$ over the volume enclosed between the cone $x^2 + y^2 = z^2$ and the sphere $x^2+y^2+z^2 = 1$, on the positive side of XY - plane.

XY - तल के धनात्मक दिशा पर, शंकु $x^2+y^2 = z^2$ और गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ के बीच परिबद्ध आयतन पर समाकलन $\iiint zdxdydz$ का मान ज्ञात कीजिए।

OR/ अथवा

Find the volume of the solid formed by the revolution of the loop of the curve $y^2(a+x) = x^2(a-x)$ about the x-axis.

वक्र $y^2(a+x) = x^2(a-x)$ के लूप का x - अक्ष के परितः परिक्रमण से बने ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।