

UG0803/UG9101

MAT-51T-101

Three/Four Year B.A./B.Sc. I Semester Examination, December - 2024

(Common to UG0806/UG0810/UG9102/UG9103/UG9104/UG9105/UG9106/UG9107/
UG9108/UG9109/UG9110/UG9111/UG9112/UG9113)

(Faculty of Science)

Subject- Mathematics

Discrete Mathematics & Optimization Techniques-I

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks: 120

समय : तीन घंटे

अधिकतम अंक : 120

No supplementary answer-book will be given to any candidate. The candidates should write the answer precisely in the main answer-book only.

किसी भी परीक्षार्थी को पूरक उत्तर-पुस्तिका नहीं दी जायेगी। परीक्षार्थियों को समस्त प्रश्नों के उत्तर मुख्य उत्तर पुस्तिका में ही लिखने चाहिए।

Answers to short answer-type questions must be given in sequential order. Similarly, all the parts of one question of descriptive part should be answered in one place in the answer-book.

लघुत्तरात्मक प्रश्नों के उत्तर प्रश्नों के क्रमानुसार ही दें। इसी प्रकार किसी भी एक वर्णनात्मक प्रश्न के अन्तर्गत पूछे गए विभिन्न प्रश्नों के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका में एक ही स्थान पर क्रमानुसार हल करने चाहिए।

Write your roll number on question paper before start writing answers of questions.

प्रश्नों के उत्तर लिखने से पूर्व प्रश्न-पत्र पर रोल नम्बर अवश्य लिखें।

Question paper consists of three parts A, B and C.

प्रश्न-पत्र में तीन भाग अ, ब और स होंगे।

Part A: 20 marks भाग अ : 20 अंक

Part A is compulsory having 10 very short answer questions (with a limit of 20 words) of two marks each. The first question is based on knowledge, understanding, and applications of the topics/text covered in the syllabus.

भाग अ में दो अंक के 10 अति लघु उत्तरीय प्रश्न (20 शब्दों की सीमा के साथ) अनिवार्य हैं। पहला प्रश्न पाठ्यक्रम में शामिल विषयों/पाठ के ज्ञान, समझ और अनुप्रयोगों पर आधारित है।

Part B: 20 marks भाग ब : 20 अंक

Part B has 4 questions (with a limit of 150 words) of 10 marks from each unit. The candidate is required to attempt any 2 questions.

प्रश्न पत्र का भाग ब में 10 अंक के 4 प्रश्न (150 शब्दों की सीमा के साथ) हैं। परीक्षार्थी को कोई भी 2 प्रश्न हल करने हैं।

Part C: 80 marks भाग स : 80 अंक

Part C of the question paper is divided into four units comprising question numbers 6-9. There is one descriptive question from each unit with internal choice. Each question will carry 20 marks.

प्रश्न पत्र का भाग स को प्रश्न संख्या 6-9 सहित चार इकाइयों में विभाजित है। प्रत्येक इकाई से आंतरिक विकल्प के साथ एक वर्णनात्मक प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 20 अंक का है।

Part-A/भाग-अ

[10×2=20]

1. Attempt all the following questions:

निम्न सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(a) Define a symmetric relation.

एक सममित सम्बन्ध को परिभाषित कीजिए।

(b) Find the truth table for $(p \vee q)$

$(p \vee q)$ के लिए सत्यमान सारणी ज्ञात कीजिए।

(c) Define a generating function.

एक जनक फलन को परिभाषित कीजिए।

(d) Draw the complete graph K_4

पूर्ण ग्राफ K_4 को रेखांकित कीजिए।

(e) Find the total number of edges in the cycle graph C_5 ,

चक्रीय ग्राफ C_5 में कोरों की कुल संख्या ज्ञात कीजिए।

(f) Define a tree.

एक वृक्ष को परिभाषित कीजिए।

(g) Define a planar graph.

एक समतलीय ग्राफ को परिभाषित कीजिए।

(h) Find the total number of pendant vertices in a binary tree with 7 vertices.

एक 7 शीर्षों वाले द्विचर वृक्ष में निलम्बी शीर्षों की कुल संख्या ज्ञात कीजिए।

(i) Define a convex set.

कौनवेक्स सेट परिभाषित कीजिए।

(j) Define a balanced transportation problem.

एक सन्तुलित परिवहन समस्या को परिभाषित कीजिए।

Part- B/भाग-ब

[2×10=20]

Attempt any two questions:

किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

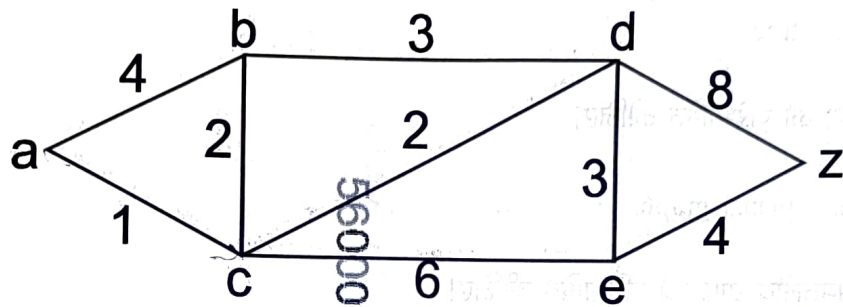
2. Find the conjunctive normal form (CNF) for the following Boolean function.

निम्न बूलीय फलन के लिए संयोजी प्रसामान्य रूप ज्ञात कीजिए :

$$f(x, y, z) = (x + y + z)(xy + x'z)'$$

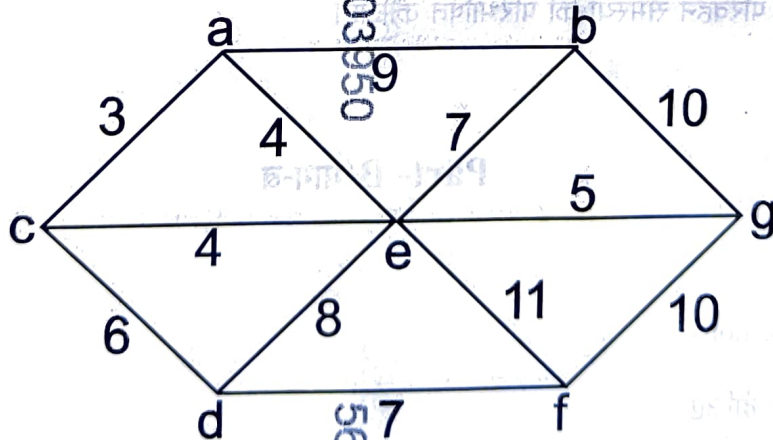
3. Find the shortest path between the vertices a and z in the following graph.

निम्न ग्राफ में शीर्षों a तथा z के मध्य लघुत्तम मार्ग ज्ञात कीजिए:



4. Find the minimum spanning tree for the following graph:

निम्न ग्राफ के लिए निम्निष्ठ जनक वृक्ष ज्ञात कीजिए



5. Solve the following assignment problem:

निम्न नियतन समस्या का हल कीजिए :

	I	II	III	IV
A	8	26	17	11
B	13	28	4	26
C	38	19	18	15
D	19	26	24	10

Part- C/भाग-स

[4×20=80]

Attempt all questions:

सभी प्रश्नों को हल कीजिए :

UNIT-I/इकाई-I

6. (a) Show that two equivalence classes are either identical or disjoint.

प्रदर्शित कीजिए कि दो तुल्यता वर्ग या तो पूरी तरह समान या पूरी तरह अलग-अलग होते हैं।

(b) State and prove De-Morgan's laws for lattices.

जालकों के लिए डी-मॉर्गन के नियमों को लिखते हुए सिद्ध कीजिए।

OR/या

- (a) Show that the following implication is a tautology:

प्रदर्शित कीजिए कि निम्न अनुषांगिक एक पुनरुक्ति है:

$$(\sim q \rightarrow (\sim p)) \rightarrow (p \rightarrow q)$$

- (b) Prove that no Boolean algebra can have exactly three distinct elements.

सिद्ध कीजिए कि किसी भी बूलीय बीजगणित में यथार्थतः तीन भिन्न अवयव नहीं हो सकते हैं।

UNIT-II/इकाई-II

7. (a) Find the numeric function for the following generating function:

निम्न जनक फलन के लिए सांख्यिक फलन ज्ञात कीजिए :

$$A(x) = \frac{1}{10 - 7x + x^2}$$

- (b) Find the number of vertices and number of edges in the complete graph K_n

पूर्ण ग्राफ K_n में शीर्षों तथा कोरों की संख्या ज्ञात कीजिए।

OR/या

- (a) If a connected graph G contains no cycle of odd length, then show that G is bipartite.

यदि एक सम्बद्ध ग्राफ G में कोई विषम लम्बाई का चक्र नहीं है, तब प्रदर्शित कीजिए कि G द्विखण्डी ग्राफ है।

(b) Solve the following recurrence relation.

निम्न पुनरावृत्ति सम्बन्ध को हल कीजिए:

$$a_r = a_{r-1} + 6a_{r-2}; r \geq 2 \text{ and तथा } a_0 = 5, a_1 = 0$$

UNIT-III/इकाई-III

8. (a) Show that the complete graph K_5 is non-planar.

प्रदर्शित कीजिए कि पूर्ण ग्राफ K_5 असमतलीय होता है।

(b) Prove that each tree has either one or two centres.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक वृक्ष में या तो एक या दो केन्द्र होते हैं।

OR/या

(a) Define Eulerian and Hamiltonian graphs with example.

आयलर ग्राफ तथा हैमिल्टोनियन ग्राफ को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए।

(b) Find the adjacency matrix of the graph $K_{2,5}$

ग्राफ $K_{2,5}$ को आसन्नता आव्यूह ज्ञात कीजिए।

UNIT-IV/इकाई-IV

9. Solve the following LPP using simplex method:

सिम्पलैक्स विधि से निम्न LPP को हल कीजिए।

max. (अधिकतम) $z = 5x + 3y$

s.t. (प्रतिबन्ध) $3x + 5y \leq 15$

$$5x + 2y \leq 10$$

and (तथा) $x, y \geq 0$

OR/या

Find the optimal solution for the following transportation problem.

निम्न परिवहन समस्या के लिए इष्टतम हल ज्ञात कीजिए:

	D_1	D_2	D_3	D_4	b_j
O_1	13	11	15	40	20
O_2	17	14	12	13	60
O_3	18	18	15	12	70
a_i	30	30	40	50	150