This question paper contains 4 printed pages

Roll No. ....

B.A / B.Sc. (Pt. III)

3125/3175-A-III

B.A./B.Sc. (Part-III) EXAMINATION, 2021

(Common For The faculties of Arts and Science)

(Also Common with Subsidiary Paper of B.A./B.Sc. (Hons.) Part-III)

(Three-Year Scheme of 10+2+3 Pattern)

MATHEMATICS-III
(MECHANICS)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 40 For Science
54 For Arts
32 Old Scheme

No supplementary answer book will be given to any candidate. Hence the candidates should write the answers precisely in the main answer book only.

All the parts of one questions should be answerd at one place in the answer book. One complete question should not be answerd at different place in the answer book.

किसी भी परीक्षार्थी को पूरक उत्तर-पुस्तिका नहीं दी जाएगी। अत: परीक्षार्थियों को चाहिए कि वे मुख्य उत्तर-पुस्तिका में ही समस्त प्रश्नों के उत्तर लिखें।

किसी भी प्रश्न के अन्तर्गत पूछे गए विभिन्न प्रश्नों के उत्तर उत्तर-पुस्तिका में अलग-अलग स्थानों पर हल करने के बजाय एक ही स्थान पर हल करें।

Write your roll number on question paper before start writing answers of questions.

प्रश्नों के उत्तर लिखने से पूर्व प्रश्न-पत्र पर रोल नम्बर अवश्य लिखिए।

Attempt FIVE questions in all, selecting atleast one question from each unit.

प्रत्येक खण्ड से कम से कम एक प्रश्न का चयन करते हुए कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Unit-I / इकाई-I

1\. (a) Derive the formulae of radial and transverse accelerations.

अरीय तथा अनुप्रस्थ त्वरण के सूत्रों का व्युत्पन्न कीजिए।

(b) An insects crawls at a constant rate u along the spoke of a cart wheel of radius a. The cart is moving with velocity v. Find the acceleration along and perpendicular to the spoke of the insect at time t.

एक कीड़ा किसी गाड़ी के a त्रिज्या वाले पहिये के आरे पर अचर चाल u से रेंगता है और गाड़ी v वेग से चलती है। t समय पर आरे की दिशा में तथा उसके लम्बवत दिशा में कीड़े के त्वरण ज्ञात कीजिए।

2. (a) A particle of mass m is attached to a light wire which is stretched tightly between two fixed points with a tension T. If a, b be the distances of the particle from the two ends, prove that the period of small transverse oscillation of m is, $2\pi\sqrt{\frac{Mab}{T(a+b)}}$

m संहति का एक कण किसी भारहीन तार पर लगा हुआ है, जो दो स्थिर बिन्दुओं के बीच में T तनाव द्वारा खींचा हुआ है। यदि तार के सिरों से कण की दूरियाँ a तथा b हों तो सिद्ध कीजिए कि m के एक छोटे अनुप्रस्थ दोलन का काल होगा : $2\pi\sqrt{\frac{Mab}{T(a+b)}}$

(b) A light elastic string of natural length l and modules of elasticity λ, is hung by one end and to the other end, is tied a particle of mass m. Discuss the motion.

एक l प्राकृत लम्बाई एवं λ प्रत्यास्थता मापांक की हल्की प्रत्यास्थ डोरी एक सिरे से लटकी हुई है तथा इसके दूसरे सिरे पर m द्रव्यमान का एक कण बाँधा गया है। कण की गति की विवेचना कीजिए।

Unit-II / इकाई - II

3. (a) A particle of mass M is falling under gravity through a medium whose resistance is μ times the velocity. If the particle is released from rest, show that the distance fallen through in time t is, $\frac{gm^2}{\mu^2}\left(e^{-\frac{\mu t}{M}} - 1 + \frac{\mu t}{M}\right)$

M संहति का एक कण गुरुत्वाकर्षण के अधीन एक ऐसे माध्यम में होकर गिर रहा है जिसका प्रतिरोध वेग का μ गुना है। यदि कण विरामावस्था में डाला जाए तो सिद्ध कीजिए कि t समय में गिरी हुई दूरी होगी

$$\frac{gm^2}{\mu^2}\left(e^{-\frac{\mu t}{M}} - 1 + \frac{\mu t}{M}\right)$$

(b) When a weight of one pound is hung from one end of an elastic string of natural length 3 feet it produces an extension of 2 inches. Find the amount of work done extending it from 3.5 ft to 4.5 ft.

3 फुट स्वाभाविक लम्बाई की कोई प्रत्यास्थ डोरी उस पर लगे 1 पौण्ड के भार से 2 इंच विस्तारित की जाती है। उसे 3.5 फुट लम्बाई से 4.5 फुट लम्बाई तक बढ़ाने में किया हुआ कार्य ज्ञात कीजिए।

4. (a) A particle is projected along the inside of a smooth vertical circle of radius a from the lowest point. Show that the velocity of projection required in order that after leaving the circle particle may pass through the centre is $\sqrt{\left(\frac{1}{2}ag\right)}\left(\sqrt{3}+1\right)$

एक कण एक ऊर्ध्वाधर वृत, जिसका अर्धव्यास a है, के निम्नतम बिन्दु से ऐसे वेग से फेंका जाता है कि वृत को छोड़ने के पश्चात कण वृत के केन्द्र बिन्दु से गुजरता है। सिद्ध कीजिए कि कण का प्रक्षेप वेग होगा।

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2}ag\right)}\,(\sqrt{3}+1)$$

(b) Prove that if the time of the flight of the bullet over a horizontal range R is T, then prove that angle of projection is : $\tan^{-1}\left(\frac{gT^2}{2R}\right)$

यदि एक गोली का किसी क्षैतिज परास R के लिए उड्डयन काल T हो तो सिद्ध कीजिए कि प्रक्षेप कोण होगा :

$$\tan^{-1}\left(\frac{gT^2}{2R}\right)$$

Unit-III / इकाई-III

5. (a) A particle moves with a central accelleration $\mu\,(r^5 - c^4 r)$ being projected from an apse at a distance c with a velocity $\sqrt{\frac{2\mu}{3}}.c^3$, show that it's path is curve $x^4+y^4=c^4$.

एक कण केन्द्रीय त्वरण $\mu\,(r^5-c^4r)$ से गतिशील है और इसका स्तब्धिका, जो स्वयं c दूरी पर है, $\sqrt{\frac{2\mu}{3}}.c^3$ वेग से फैंका जाता है, सिद्ध करो कि कण के पथ का वक्र $x^4+y^4=c^4$ है।

(b) A planet describes an ellipse about the sun as focus. Prove that it's velocity at the end of the minor axis is the geometric mean between it's velocities at the ends of any diameter.

एक ग्रह नाभिका में स्थित सूर्य के प्रति एक दीर्घवृत्त बनाता है। सिद्ध करो कि लघु अक्ष के एक सिरे पर इसका वेग किसी भी व्यास के सिरों पर के वेग का ज्यामितीय माध्य होगा।

6. (a) Find the moment of inertia of a hollow sphare of radius a and mass M about diameter.

a त्रिज्या तथा M संहति के खोखले गोले का एक व्यास के परित: जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कीजिए।

(b) Find the moment of inertia of an elliptic lamina of mass M and semi axes a and b about diameter of length 2r.

M संहति तथा a और b अर्धाक्ष वाले किसी दीर्घवृत्तीय पटल का 2r लम्बाई के किसी व्यास के परित: जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कीजिए।

Unit-IV / इकाई-IV

7. (a) State and prove Lami's theorem.

लामी प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

(b) A sphere of given weight W, rests between two smooth planes, one vertical and other is inclined at an angle α to the vertical. Find the reactions of the planes on the sphere.

W भार का एक गोला दो चिकने समतलों के बीच में रखा हुआ है। एक समतल ऊर्ध्वाधर में है तथा दूसरा इससे α कोण बनाता है। गोले पर समतलों की प्रतिक्रियाएँ ज्ञात कीजिए।

8. (a) The forces 3p, 7p and 5p act along the sides AB, BC, CA respectively of an equilateral triangle ABC. Find the magnitude, direction and the line of action of their resultant.

बल 3p, 7p तथा 5p एक समबाहु त्रिभुज ABC की भुजाओं क्रमश: AB, BC, CA के साथ क्रिया करते हैं। उनके परिणामी का परिमाण, दिशा व क्रिया रेखा ज्ञात कीजिए।

(b) How high can a particle rest inside a hollow sphere of radius a, if the coefficient of friction be $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

a त्रिज्या के खोखले गोले के अन्दर स्थित कण उसके भीतर कितनी ऊँचाई तक विरामावस्था में रह सकता है, जबकि घर्षण गुणांक $\frac{1}{\sqrt{3}}$ है।

Unit-V / इकाई-V

9. (a) Six equal heavy rods, freely hinged at their ends form a regular hexagon ABCDEF which when hung up by a point A is kept from altering it's shape by two light rods BF and CE. Find the thrusts of these rods.

https://www.uoronline.com

छ: समान भारी छड़ें स्वतंत्रतापूर्वक सिरों पर जुड़ी हुई हैं और एक समषट्भुज ABCDEF बनाती है। इसे A से लटकाया जाता है और दो भारहीन छड़ों BF तथा CE द्वारा इस आकृति को अपरिवर्त रखा जाता है। इन छड़ों में प्रणोद ज्ञात कीजिए।

(b) Two equal uniform rods AB and AC each of length 2b, are freely joined at A and rests on a smooth vertical circle of radius a. Show that if 2θ be angle between them, then $b \sin^3\theta = a \cos\theta$.

2b लम्बाई की दो बराबर एक समान छड़ें AB और AC, A पर स्वतंत्रतापूर्वक जुड़ी हुई हैं और a त्रिज्या के ऊर्ध्वाधर वृत्त पर रखी हुई हैं। सिद्ध कीजिए कि, यदि उनके मध्यस्थ कोण 2θ हो तो, $b \sin^3\theta = a \cos\theta$.

10. (a) Derive the general equation of Cetenary in cartesion form.

कार्तीय रूप में कैटिनरी का सामान्य समीकरण व्युत्पन्न ज्ञात कीजिए।

(b) Show that the length of an endless chain which will hang over a circular pully of radius a so as to be in contact with two thirds of the circumferance of the pully is, $a\left[\frac{4\pi}{3} + \frac{3}{\log(2+\sqrt{3})}\right]$

प्रदर्शित कीजिए कि एक अन्तहीन जंजीर जो त्रिज्या a की एक वृत्ताकार घिरनी के $\frac{2}{3}$ परिधि से सम्पर्क में है, तो उसकी लम्बाई होगी : $a\left[\frac{4\pi}{3} + \frac{3}{\log(2+\sqrt{3})}\right]$

....