

2125/2175-III



B.A./B.Sc. (Part-II) Examination - 2024

(Common for the faculties of Arts and Science)

[Also Common with Subsidiary Paper of B.A./B.Sc. (Hons.) Part-II]

(Three-Year Scheme of 10+2+3 Pattern)

MATHEMATICS-III

(Numerical Analysis and Vector Calculus)

301624

Time Allowed: Three Hours

Maximum Marks: 40 for Science, 54 for Arts,
32 for Old Scheme

समय: 3 घंटे

अधिकतम अंक: विज्ञान के लिए 40, कला के लिए 54,
ओल्ड स्किम के लिए 32

Note:

सूचना:

(1) Attempt five questions in all, selecting one question from each unit.

प्रत्येक इकाई में से एक प्रश्न का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(2) Write your roll number on question paper before start writing answers of questions.

प्रश्नों के उत्तर लिखने से पूर्व प्रश्न-पत्र पर रोल नम्बर अवश्य लिखिए।

(3) Calculator is allowed up to 82ms.

82ms तक कैलकुलेटर की अनुमति है।

Unit-I / इकाई-I

1. (a) Show that $\Delta - \nabla \equiv \Delta \nabla$ and $(I + \Delta)(I - \nabla) \equiv I$, where Δ , ∇ and I are operators.

प्रदर्शित कीजिए $\Delta - \nabla \equiv \Delta \nabla$ तथा $(I + \Delta)(I - \nabla) \equiv I$, जहाँ Δ , ∇ तथा I संकारक हैं।

(b) The area (A) of circles of diameter d is given as follows -

व्यास d के मान वाले वृत्तों के क्षेत्रफल (A) निम्न प्रकार हैं -

d	80	85	90	95	100
A	5026	5674	6362	7088	7854

Find approximate value of the area of circle of diameter 82.

82 व्यास वाले वृत्त के क्षेत्रफल का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

2. (a) Find the value of $f(7.5)$ from the following table -

निम्न सारणी से $f(7.5)$ ज्ञात कीजिए -

x	1	2	3	4	5	6	7	8
f(x)	1	8	27	64	125	216	343	512

- (b) Find the value of $f(6)$ from the following table -

निम्न सारणी से $f(6)$ ज्ञात कीजिए -

x	1	2	7	8
f(x)	4	5	5	4

Also find the value of x for which $f(x)$ is maximum or minimum.

x का वह मान भी ज्ञात कीजिए जिसके लिए $f(x)$ अधिकतम या न्यूनतम हो।

Unit-II / इकाई-II

3. (a) With usual notations, prove that -

सामान्य संकेतन से सिद्ध कीजिए -

$$\Delta E^{-1/2} \equiv \Delta E^{-(1/2)} \equiv \Delta(1+\Delta)^{-(1/2)}$$

- (b) Use Gauss's backward interpolation formula to find the population for the year 1936, from the following table -

Year	1901	1911	1921	1931	1941	1951
Population (in thousands)	12	15	20	27	39	52

गॉस पश्च अन्तर्वेशन सूत्र का उपयोग करते हुए निम्न सारणी से वर्ष 1936 की जनसंख्या ज्ञात कीजिए -

वर्ष	1901	1911	1921	1931	1941	1951
जनसंख्या (हजारों में)	12	15	20	27	39	52

4. (a) Find $y'(0.04)$ from the following data table -

निम्न सारणी से $y'(0.04)$ ज्ञात कीजिए -

x	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
y(x)	0.1023	0.1047	0.1071	0.1096	0.1122	0.1148

- (b) Use Gauss three-point quadrature formula to evaluate the following integral -

त्रि-बिन्दु गॉस क्षेत्रकलन सूत्र द्वारा निम्न समाकलन का मान ज्ञात कीजिए -

$$\int_0^{\pi/2} \sin(x) dx$$

Unit-III / इकाई-III

5. (a) If α, β, γ be the roots of the cubic equation $x^3 + qx + r = 0$, then find the equation whose roots are $(\alpha - \beta)^2, (\beta - \gamma)^2, (\gamma - \alpha)^2$.

यदि α, β, γ त्रिघात समीकरण $x^3 + qx + r = 0$ के मूल हैं, तो वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल $(\alpha - \beta)^2, (\beta - \gamma)^2, (\gamma - \alpha)^2$ हो।

- (b) Solve the following equation by Cardon's method -

निम्न समीकरण को कार्डन विधि से हल कीजिए -

$$x^3 - 15x - 126 = 0$$

6. Explain the physical significance of Regula-Falsi method and also find the rate of convergence of this method.

मिथ्या स्थिति विधि के ज्यामितीय संरूपण को विस्तृत रूप से समझाइए एवं इस विधि की अभिसरण दर भी ज्ञात कीजिए।

Unit-IV / इकाई-IV

7. (a) Solve the following system of equations by Gauss elimination method using partial pivoting -

निम्न समीकरणों के निक्राय का हल गॉस विलोपन विधि द्वारा आंशिक आधारी प्रक्रिया सहित ज्ञात कीजिए -

$$x + y + z = 7$$

$$3x + 3y + 4z = 24$$

$$2x + y + 3z = 16$$

- (b) Solve the following system of equations by Gauss-Seidel iterative method -

गॉस-सीडल पुनरावृत्ति विधि से निम्न समीकरण निक्राय का हल ज्ञात कीजिए -

$$10x + y + z = 12,$$

$$2x + 10y + z = 13,$$

$$2x + 2y + 10z = 14$$

8. (a) Use Picard's method to solve following differential equation when $y(2) = 0$ and find $y(2.4)$ -

पिकार्ड विधि का उपयोग कर निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए, जब $y(2) = 0$ है तथा $y(2.4)$ ज्ञात कीजिए -

$$\frac{dy}{dt} = 1 + ty$$

- (b) Use Euler's method to solve following differential equation when $y(0) = 1$ and find $y(0.4)$ taking step size 0.1 -

आयलर विधि का उपयोग कर निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए, जब $y(0) = 1$ तथा पद-लम्बाई 0.1 लेते हुए $y(0.4)$ ज्ञात कीजिए -

$$\frac{dy}{dt} = \frac{y^2 - t}{y^2 + t}$$

Unit-V / इकाई-V

9. (a) Let $\vec{r} = xi + yj + zk$ and $r = |\vec{r}|$, then prove that $\nabla r^n = nr^{n-2}\vec{r}$.

माना $\vec{r} = xi + yj + zk$ तथा $r = |\vec{r}|$, तब सिद्ध कीजिए कि $\nabla r^n = nr^{n-2}\vec{r}$

- (b) Find the directional derivative of $f = x^2 - 2y^2 + 4z^2$ at $(1,1,-1)$ in the direction of the vector $2i+j-k$.

फलन $f = x^2 - 2y^2 + 4z^2$ का $(1,1,-1)$ पर सदिश $2i+j-k$ की दिशा में द्विक अवकलज ज्ञात कीजिए।

10. (a) Find the value of \vec{r} from the equation $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{a}t + \vec{b}$ where \vec{a} and \vec{b} are constant

vectors. It is given that when $t = 0$, then $\vec{r} = 0$ and $\frac{d\vec{r}}{dt} = 0$.

समीकरण $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{a}t + \vec{b}$ से \vec{r} का मान ज्ञात कीजिए जहाँ \vec{a} एवं \vec{b} अचर सदिश है।

दिया हुआ है कि जब $t = 0$, तब $\vec{r} = 0$ एवं $\frac{d\vec{r}}{dt} = 0$

- (b) Verify divergence theorem for $\vec{F} = xyi + z^2j + 2yzk$ on the tetrahedron $x = y = z = 0, x + y + z = 1$.

चतुष्फलक $x = y = z = 0, x + y + z = 1$ पर $\vec{F} = xyi + z^2j + 2yzk$ के लिए अपसरण प्रमेय का सत्यापन कीजिए।