

2126/2176-I

B.A./B.Sc. (Part-II) Examination – 2024 7809521

(Common for the Faculties of Arts and Science)

(Also Common with Subsidiary Paper of B.A./B.Sc. (Hons.) Part-II)

(Three -Year Scheme of 10+2+3 Pattern)

STATISTICS-I

(Statistical Inference)

Time Allowed: Three Hours

Maximum Marks: 65 for Arts, 50 for Science

समय : 3 घंटे

अधिकतम अंक : कला के लिए 65, विज्ञान के लिए 50

(i) Attempt five questions in all selecting one question from each Unit.

प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Write your roll number on question-paper before start writing answer of questions.

प्रश्नों के उत्तर लिखने से पूर्व प्रश्न-पत्र पर रोल नम्बर अवश्य लिखिए।

UNIT-I / इकाई-I

1. (1.1) Obtain the sampling distribution of mean of binomial and poisson distribution. [5+5=10]

द्विपद और प्वाइजन बंटन के माध्य का प्रतिचयन बंटन प्राप्त कीजिए।

OR / अथवा

(1.2) Define chi-square statistic. Hence, prove that if  $X_1$  and  $X_2$  are independent  $\chi^2$  varieties with  $n_1$  and  $n_2$  d.f. respectively, then –

$$U = \frac{x_1}{x_1+x_2} \text{ and } V = X_1 + X_2$$

are independently distributed, U as a  $\beta_1 \left( \frac{n_1}{2}, \frac{n_2}{2} \right)$  variate and V as a  $\chi^2$  variate with  $(n_1 + n_2)$  d.f. [2+8=10]

काई-वर्ग प्रतिदर्शन को परिभाषित कीजिए। तत्पश्चात् सिद्ध कीजिए की यदि  $X_1$  एवं  $X_2$  दो स्वतंत्र काई वर्ग चर हैं जिनके d.f.  $n_1$  एवं  $n_2$  है, तो –

$$U = \frac{x_1}{x_1+x_2} \text{ एवं } V = X_1 + X_2$$

स्वतंत्र रूप से वितरित हैं, जहाँ U एक  $\beta_1 \left( \frac{n_1}{2}, \frac{n_2}{2} \right)$  चर है एवं V एक  $(n_1 + n_2)$  d.f. काई वर्ग चर है।

## UNIT-II / इकाई-II

2. (2.1) Derive the expression for moments of t-distribution. Hence obtain its mean and variance.

[6+4=10]

t-बंटन के आघूर्ण प्राप्त करिए। अतः इसका माध्य एवं प्रसरण प्राप्त करिए।

OR / अथवा

- (2.2) Define F-statistic. Derive its pdf.

[2+8=10]

F-प्रतिदर्शन को परिभाषित करें। इसका pdf प्राप्त करिए।

## UNIT-III / इकाई-III

3. (3.1) What do you understand by an estimator? Define the various criteria for a good estimator.

[2+3=5]

ऑकलक से आप क्या समझते हैं? एक अच्छे ऑकलक के क्या मापदंड हैं?

- (3.2)  $x_1, x_2, \dots, x_n$  is a random sample from a normal population  $N(\mu, 1)$ . Show

that  $t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2$ , is an unbiased estimator of  $\mu^2 + 1$ .

[5]

$x_1, x_2, \dots, x_n$  सामान्य जनसंख्या से प्राप्त एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है। दर्शाइए कि

$t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2$ ,  $\mu^2 + 1$  का निष्पक्ष ऑकलक है।

OR / अथवा

- (3.3) Define Minimum Variance Unbiased Estimator (M.V.U.E). Prove that M.V.U.E. is always unique.

[2+4=6]

न्यूनतम विचरण निष्पक्ष ऑकलक को परिभाषित कीजिए। साबित कीजिए कि न्यूनतम विचरण निष्पक्ष ऑकलक हमेशा अद्वितीय होता है।

- (3.4) Obtain 100 (1- $\alpha$ )% confidence interval of parameters (a)  $\theta$  and (b)  $\sigma^2$ , of the normal distribution.

[2+2=4]

सामान्य बंटन के माध्य ( $\theta$ ) एवं प्रसरण ( $\sigma^2$ ) के 100 (1- $\alpha$ )% विश्वास अंतराल प्राप्त करिए।

## UNIT-IV / इकाई-IV

4. (4.1) Define type I and type II errors in hypothesis testing. If  $x \geq 1$  is the critical region for testing  $H_0 : \theta = 2$  against alternative  $H_1 : \theta = 1$  on the basis of the single observation from the population,  $f(x; \theta) = \theta e^{-\theta x}$ ,  $0 \leq x < \infty$ , obtain the values of type I and type II error.

[2+8=10]

परिकल्पना परिक्षण में होने वाली प्रकार I और प्रकार II त्रुटियों की परिभाषा दीजिए। यदि  $x \geq 1$  है, तो  $H_0 : \theta = 2$  के खिलाफ  $H_1 : \theta = 1$  का परीक्षण करने के लिए क्रांतिक क्षेत्र है, जनसंख्या से एकल अवलोकन के आधार पर  $f(x; \theta) = \theta e^{-\theta x}$ ,  $0 \leq x < \infty$ , तो प्रकार I और प्रकार II त्रुटि के मूल्य प्राप्त करें।

**OR / अथवा**

(4.2) Define most powerful test and uniformly most powerful test. Prove that every most powerful or uniformly most powerful critical region is always unbiased. [2+2+6=10]

सबसे अधिक शक्तिशाली परीक्षण और समरूप सबसे अधिक शक्तिशाली परीक्षण को परिभाषित कीजिए। साबित कीजिए कि सबसे अधिक शक्तिशाली और समरूप सबसे अधिक शक्तिशाली क्रांतिक क्षेत्र हमेशा निष्पक्ष होता है।

**UNIT-V / इकाई-V**

5. (5.1) What are large sample tests? Give the test for single mean. [2+4=6]  
बृहत प्रतिदर्श परीक्षण क्या होते हैं? एकल माध्य के लिए परीक्षण दीजिए।
- (5.2) Explain in detail the large sample test for proportions. [4]  
विस्तार से समझाएं कि सांकेतिक मान के लिए बड़े प्रतिदर्श परीक्षण क्या हैं?

**OR / अथवा**

(5.3) Write short notes on: [5+5=10]

निम्न पर संक्षिप्त लेख लिखिए -

- (a) Sign test for one sample and two sample cases  
एक व दो प्रतिदर्शों के लिए चिन्ह परीक्षण
- (b) Median test  
मध्यिका परीक्षण
-