

2125/2175-II

B.A./B.Sc. (Part-II) Examination, 2024

(Common for Faculties of Arts & Science)

[Also Common with Subsidiary Paper of B.A./B.Sc. (Hons.) Part-II]

(Three Year Scheme of 10+2+3 Pattern)

MATHEMATICS-II

(Differential Equations)

Paper-II

7317832

Time Allowed: Three Hours
समय: 3 घंटे

Maximum Marks: 40 for Science, 53 for Arts, 50 for Old scheme
अधिकतम अंक: विज्ञान के लिए 40, कला के लिए 53, ओल्ड स्कीम के लिए 50

Note : सूचना :

Attempt five questions in all, selecting one question from each unit.

प्रत्येक इकाई में से एक प्रश्न का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Write your roll number on question paper before start writing answer of questions.

प्रश्नों के उत्तर लिखने से पूर्व प्रश्न-पत्र पर रोल नम्बर अवश्य लिखें।

UNIT-I / इकाई-I

1. (a) Solve –
हल कीजिए –

$$y - x \frac{dy}{dx} = a \left(y^2 + \frac{dy}{dx} \right)$$

- (b) Solve –
हल कीजिए –

$$(1 + e^{x/y})dx + e^{x/y} \{1 - (x/y)\}dy = 0$$

2. (a) Solve –
हल कीजिए –

$$\frac{dy}{dx} + x \sin 2y = x^3 \cos^2 y$$

- (b) Solve –
हल कीजिए –

$$(2ydx + 3xdy) + 2xy(3ydx + 4xdy) = 0$$

UNIT-II / इकाई-II

- (a) Solve –
हल कीजिए –

$$x^2p^2 - 2xyp + 2y^2 - x^2 = 0$$

- (b) Find the general solution, singular solution and extraneous loci of the following differential equation –

निम्न अवकल समीकरण का व्यापक हल, विचित्र हल तथा बाह्य बिन्दु पथ ज्ञात कीजिए –

$$(8p^3 - 27)x = 12p^2y$$

4. (a) If $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{b}(x - a) = 0$, where a , b and g being positive numbers and $x = a'$, $\frac{dx}{dt} = 0$ when $t = 0$, then prove that -
 यदि $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{b}(x - a) = 0$, जहाँ a , b और g धन संख्याएँ हैं और $x = a'$, $\frac{dx}{dt} = 0$ जब $t = 0$, तो सिद्ध करो कि -

$$x = a + (a' - a) \cos\{\sqrt{(g/b)t}\}$$

- (b) Solve -
 हल कीजिए -

$$(D^2 - 1)y = \cosh x \cos x$$

UNIT-III / इकाई-III

5. (a) Solve -
 हल कीजिए -

$$x^4 \frac{d^3y}{dx^3} + 2x^3 \frac{d^2y}{dx^2} - x^2 \frac{dy}{dx} + xy = 1$$

- (b) Solve the following differential equations -
 निम्न अवकल समीकरणों को हल कीजिए -

$$\frac{dx}{dt} = -\omega y, \quad \frac{dy}{dt} = \omega x$$

Show that the point (x, y) lies on a circle.

प्रदर्शित कीजिए कि बिन्दु (x, y) एक वृत्त पर स्थित होगा।

- (a) Solve -
 हल कीजिए -

$$\frac{d^3y}{dx^3} + \cos x \frac{d^2y}{dx^2} - 2 \sin x \frac{dy}{dx} - y \cos x = \sin 2x$$

- (b) Show that the function $f(x, y) = xy^2$ satisfy the Lipschitz condition on the Rectangle $R : |x| \leq 1, |y| \leq 1$, but does not satisfy a Lipschitz condition on the strip $S : |x| \leq 1, |y| < \infty$.

सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x, y) = xy^2$ आयत $R : |x| \leq 1, |y| \leq 1$ पर लिप्शिट्ज शर्त को संतुष्ट करता है, लेकिन पट्टी $S : |x| \leq 1, |y| < \infty$ पर लिप्शिट्ज शर्त को संतुष्ट नहीं करता है।

UNIT-IV / इकाई-IV

7. (a) Solve -

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - 9y = 0$$

Given that $y = x^3$ is its one solution.

हल कीजिए -

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - 9y = 0$$

दिया हुआ है कि $y = x^3$ इसका एक हल है।

- (b) Solve -

हल कीजिए -

$$(1 + x)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + (1 + x) \frac{dy}{dx} + y = 4 \cos \log(1 + x)$$

8. (a) Solve by the method of variation of parameters -
 प्राचल विचरण विधि द्वारा हल कीजिए -

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y = \frac{2}{1+e^x}$$

- (b) Solve by the method of undetermined coefficients -
 अनिर्धारित गुणांकों की विधि द्वारा हल कीजिए -

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2x \frac{dy}{dx} + (x^2 + 5)y = xe^{-x^2/2}$$

UNIT-V / इकाई-V

9. (a) Solve –
हल कीजिए –
 $(x - y)p + (x + y)q = 2xz$
- (b) Solve the following equation by Charpit's method –
निम्न समीकरण को चार्पी विधि से हल कीजिए –
 $2xz - px^2 - 2qxy + pq = 0$

10. (a) Solve –
हल कीजिए –
 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial z}{\partial y} - z = \cos(x + 2y) + e^y$
- (b) Solve –
हल कीजिए –
 $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y} = \log x$
-

7317832

7317832