

This question paper contains 4 printed pages.

B.A./B.Sc. (Sem.-II)

000219

Roll No. 204141.....

UG0803/UG9101

STA-52T-103

B.A./B.Sc. Three/Four Year (Semester - II) EXAMINATION

SESSION 2023-24 (Held in Jul. 2024)

(Common to UG9102/UG9103/UG9104/UG9105/UG9106/UG9107/UG9108

/UG9109/UG9110/UG9111/UG9112/UG9113)

(Faculty of Science)

Subject - Statistics

PROBABILITY THEORY

Time Allowed: Three Hours

Maximum Marks: 80

No supplementary answer-book will be given to any candidate. Hence the candidates should write the answers precisely in the main answer-book only.

किसी भी परीक्षार्थी को पूरक उत्तर-पुस्तिका नहीं दी जाएगी। अतः परीक्षार्थियों को चाहिए कि वे मुख्य उत्तर-पुस्तिका में ही समस्त प्रश्नों के उत्तर लिखें।

Answers of short answer type questions must be given in sequential order. Similarly all the parts of one question of descriptive part should be answered at one place in the answer-book.

लघुत्तरात्मक प्रश्नों के उत्तर, प्रश्नों के क्रमानुसार ही दें। इसी प्रकार किसी भी एक वर्णनात्मक प्रश्न के अन्तर्गत पूछे गए विभिन्न प्रश्नों के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका में अलग-अलग स्थानों पर हल करने के बजाय एक ही स्थान पर क्रमानुसार हल करें।

Write your roll number on question paper before start writing answers of questions.

प्रश्नों के उत्तर लिखने से पूर्व प्रश्न-पत्र पर रोल नम्बर अवश्य लिखिए।

Question paper consists of two parts A and B

प्रश्न पत्र में दो भाग अ और ब होंगे।

**PART - A : 20 Marks भाग - अ : 20 अंक**

**Part A** is compulsory having 10 very short answer-type questions (with a limit of 20 words) of two marks each. The first question is based on knowledge, understanding and applications of the topics/text covered in the syllabus.

भाग अ में दो अंक के 10 अति लघुतरीय प्रश्न (20 शब्दों की सीमा के साथ) अनिवार्य हैं। पहला प्रश्न पाठ्यक्रम में शामिल विषयों/पाठ के ज्ञान, समझ और अनुप्रयोगों पर आधारित है।

**PART - B: 60 Marks भाग - ब : 60 अंक**

Part B of the questions paper is divided into four units comprising question number 2-5. There is one descriptive question from each unit with internal choice. Each question will carry 15 marks.

प्रश्न पत्र का भाग ब प्रश्न संख्या 2-5 सहित चार इकाइयों में विभाजित है। प्रत्येक इकाई से आंतरिक विकल्प के साथ एक वर्णनात्मक प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न 15 अंक का है।

**PART - A/ भाग - अ**

1. (a) What do you mean by trial and events?

अभिप्रयोग (परीक्षण) एवं घटनाओं से आप क्या समझते हैं?

(b) Give classical definition of probability.

प्रायिकता की चिरप्रतिष्ठित परिभाषा दीजिए।

(c) Define probability mass function of a random variable.

एक यादृच्छिक चर के प्रायिकता द्रव्यमान फलन को परिभाषित कीजिए।

(d) Find mathematical expectation of numbers when a fair die is thrown.

एक अनभिन्नत पाशे के फेंके जाने पर उस पर आने वाली संख्याओं की प्रत्याशा ज्ञात कीजिए।

(e) Define marginal and conditional distributions of r.v. X and Y.

यादृच्छिक चरों x तथा y के सीमांत एवं सप्रतिबन्धित बंटनों को परिभाषित कीजिए।

(f) If x and y are independent random variables then show that  $\text{Var}(x+y) = \text{Var}(x-y)$

यदि x तथा y दो स्वतन्त्र चर हों तो दिखाइये कि  $\text{Var}(x+y) = \text{Var}(x-y)$ .

(g) Define Bernoulli distribution and find its mean.

बर्नोली बंटन को परिभाषित कीजिए तथा उसका माध्य ज्ञात कीजिए।

(h) Define hyper geometric distribution.

हाइपर ज्यामितिक बंटन को परिभाषित कीजिए।

(i) Explain in brief the area property of normal distribution.

प्रसामान्य बंटन के क्षेत्रफल गुण का संक्षेप में वर्णन कीजिए।

(j) Define Beta distribution of first kind.

प्रथम प्रकार के बीटा बंटन को परिभाषित कीजिए।

2x10=20

**PART - B/ भाग - ब**

**UNIT - I/ इकाई - I**

2. (a) What is axiomatic approach of probability. On the basis of this approach prove addition theorem of probability.

प्रायिकता की एग्ज्योमेटिक एप्रोच क्या है? इस एप्रोच के आधार पर प्रायिकता की योग प्रमेय को सिद्ध कीजिए।

(b) State and prove Baye's theorem.

बेज प्रमेय को व्यक्त एवं सिद्ध कीजिए।

8.7

**OR/ अथवा**

(a) State multiplication theorem of probability. If A and B are two independent events then show that  $\bar{A}$  and  $\bar{B}$  are also independent.

प्रायिकता की गुणन प्रमेय को व्यक्त कीजिए। यदि A तथा B दो स्वतन्त्र घटनाएँ हों तो दिखाइये कि  $\bar{A}$  तथा  $\bar{B}$  भी स्वतन्त्र घटनाएँ होंगी।

(b) From a vessel containing 3 white and 5 black balls, 4 balls are transferred into an empty vessel. From this vessel a ball is drawn and is found to be white. What is the probability that out of 4 balls transferred 3 are white and 1 is black?

एक बर्तन जिसमें 3 सफेद तथा 5 काली गेंदें हैं, में से 4 गेंदें किसी दूसरे खाली बर्तन में डाली गईं। अब इस बर्तन में से एक गेंद निकाली गई जो सफेद रंग की पायी गई। खाली बर्तन में जो 4 गेंदें डाली गई थी उनमें 3 सफेद व 1 काली गेंद होने की क्या प्रायिकता होगी?

8.7

**UNIT - II/ इकाई - II**

3. (a) State and prove Chebyshev's inequality.

चेबीशेव असमिका को व्यक्त एवं सिद्ध कीजिए।

(b) Two unbiased dice are thrown. If X is the sum of numbers showing up, prove that  $P(|X-7| \geq 3) \leq \frac{35}{54}$ . Compare this with the actual probability.

दो अनभिनत पाशे एक साथ फेंके गये। यदि X उन पाशों के ऊपर आने वाली संख्याओं के योग को प्रदर्शित करे तो सिद्ध कीजिए  $P(|X-7| \geq 3) \leq \frac{35}{54}$ । इसकी वास्तविक प्रायिकता से तुलना कीजिए।

8.7

**OR/ अथवा**

(a) Define mathematical expectation and prove its addition theorem.

गणितीय प्रत्याशा को परिभाषित कीजिए तथा इसकी योग प्रमेय को सिद्ध कीजिए।

(b) Define moment generating function of a random variable and give its simple properties.

एक यादृच्छिक चर के आघूर्ण जनक फलन को परिभाषित कीजिए तथा उसके सामान्य गुणों को व्यक्त कीजिए।

8.7



### UNIT - III/ इकाई - III

4. (a) Prove the recurrence relation for the moments of binomial distribution and derive the mean and variance from this relation.

द्विपद बंटन के आघूर्णों के लिए पुनरावृत्ति समीकरण सिद्ध कीजिए तथा इस समीकरण से इसके माध्य एवं प्रसरण प्रतिपादित कीजिए।

- (b) Explain moment generating function of Poisson distribution and derive first four moments from it.

पॉयसॉन बंटन के आघूर्ण जनक फलन को समझाइये तथा इससे इसके प्रथम चार आघूर्ण प्रतिपादित कीजिए। 8.7

OR/ अथवा

- (a) Define negative binomial distribution and obtain its mean and variance.

ऋणात्मक द्विपद बंटन को परिभाषित कीजिए तथा इसका माध्य एवं प्रसरण ज्ञात कीजिए।

- (b) Define geometric distribution and obtain its moment generating function. Hence or otherwise derive its mean and variance.

ज्यामितिक बंटन को परिभाषित कीजिए तथा इसका आघूर्ण जनक फलन ज्ञात कीजिए। इससे या किसी अन्य विधि से इस बंटन का माध्य एवं प्रसरण प्रतिपादित कीजिए। 8.7

### UNIT - IV/ इकाई - IV

5. (a) Define normal distribution and derive its median and mode.

प्रसामान्य बंटन को परिभाषित कीजिए तथा इसकी माध्यिका एवं बहुलक प्रतिपादित कीजिए।

- (b) Show that a linear combination of independent normal variates is also a normal variate.

दिखाइये कि स्वतन्त्र प्रसामान्य चरों का रेखिक संयोजन भी एक प्रसामान्य चर होता है। 8.7

OR/ अथवा

- (a) Define gamma distribution and prove its additive property.

गामा बंटन को परिभाषित कीजिए तथा इसके योगात्मक गुण को सिद्ध कीजिए।

- (b) If  $X$  and  $Y$  are independent gamma variates with parameters  $\mu$  and  $\nu$  respectively, show that  $U = X + Y$  and  $z = \frac{X}{X + Y}$  are independent and that  $U$  is a  $\gamma(\mu + \nu)$  variate and  $z$  is  $\beta, (\mu, \nu)$  variate.

यदि  $X$  तथा  $Y$  क्रमशः  $\mu$  तथा  $\nu$  प्राचल के स्वतन्त्र चर हों तो दिखाइये कि  $U = X + Y$  एवं  $z = \frac{X}{X + Y}$  भी स्वतन्त्र चर होंगे तथा  $U$  चर का बंटन  $\gamma(\mu + \nu)$  एवं  $z$  चर का बंटन  $\beta, (\mu, \nu)$  होगा।